

**Læreres forestillinger om god matematikkundervisning – hva med forestillingene i praksis?**

Bodil Kleve  
Høgskolen i Oslo



www.hio.no

høgskolen i oslo  
www.hio.no

**En oversikt over forskning omkring læreres forestillinger om god matematikkundervisning (1)**

- The TIMSS video study (Stigler & Hiebert, 1999; 2004)
  - Matematikklærere i 3 land, USA, Japan og Tyskland, ble studert
  - Det var store forskjeller mellom lærernes undervisningspraksis i de tre landene, og det ble også observert forskjeller innenfor hver av de ulike kulturere.
  - Selv om lærerne som ble studert i de tre landene sa de hadde studert læreplanene og brukte ideene de kunne lese om i reformdokumentene som læreplanene bygde på, var det store forskjeller i hvordan disse ble tolket. Det ble heller ikke funnet tegn på at undervisningspraksisen til lærerne bygde på ideene i reformdokumentene. (Stigler & Hiebert 2004; Jacobs, Hiebert, Givvin, Hollingsworth & Wearne 2006)

høgskolen i oslo  
www.hio.no

**En oversikt over forskning omkring læreres forestillinger om god matematikkundervisning (2)**

- Flere internasjonale undersøkelser har vist at selv om matematikklærerne sa seg enig i ideene bak reformdokumentene så ble selve undervisningen i klasserommet funnet å være ganske tradisjonell (Broadhead, 2001; Norton, McRobbie, & Cooper, 2002)
- Internasjonal forskning har også vist at tradisjonelle forestillinger om matematikkundervisning kan virke hindrende i arbeidet med å implementere en undervisningsreform. (Lloyd, 2002; Manouchehri & Goodman, 1998; Reys, Reys, Barnes, Beem, & Papick, 1998; Smith Senger, 1998/1999) .

høgskolen i oslo  
www.hio.no

**En oversikt over forskning omkring læreres forestillinger om god matematikkundervisning (3)**

- Forskning viser at lærernes undervisning av matematikk er påvirket av matematikklærernes forestillinger om god matematikkundervisning.
  - Det er funnet ulik grad av sammenheng (konsistens) mellom lærernes uttalte forestillinger om god matematikkundervisning og det som faktisk skjer i klasserommet (Thompson, 1992)
  - Men kan man si at det er inkonsistens mellom en lærers forestillinger og praksis?
    - » "Students and teachers do make sense, [ ], teachers cannot be inconsistent ". Inconsistency is from an observer's perspective" (Skott, 2001, pp 6-7)

høgskolen i oslo  
www.hio.no

**En oversikt over forskning omkring læreres forestillinger om god matematikkundervisning (4)**

- Sosiokulturelle faktorer
  - Det er blitt pekt på faktorer i selve kulturen som har innflytelse på klasseromspraksisen.
    - » Foreldres og elevers forventninger om en tradisjonell undervisning
    - » Eksamen
  - Klasseroms konteksten og elevenes engasjement og bidrag er avgjørende for hvordan matematikktimen blir (Remillard, 1999; Skott, 2001a, 2004)

høgskolen i oslo  
www.hio.no

**Bakgrunnen for min studie**

- Elever i 4. 7. og 10.klasse som er undervist etter L97, presterte lavere på matematikkoppgaver enn elever gjorde før innføringen av L97
- En klasseromsstudie indikerte at L97 ikke var innført som den var intendert
  - Undervisningen fulgte tradisjonelle mønstre
  - Helheten i faget kom sjelden til syne
  - Ferdigheter ble drillert framfor fokus på forståelse (Alseth m fl 2003)

## Problemstillinger

- Hvordan responderer lærere i matematikk på L97's anbefalinger?
- Hva slags undervisningspraksis finner jeg i matematikklasserommet?
- Hvordan er læreres praksis i klasserommet i relatert til deres forestillinger om matematikkundervisning?

## L-97

- Elevene bygger i stor grad selv opp sin kunnskap, opparbeider sine ferdigheter og utvikler sine holdninger (s.28).
- Læreplanene for faga legg vekt på at elevene skal være aktive, handlande og selvstendige. Dei skal få lære ved å gjøre, utforske og prøve ut i aktivt arbeid fram mot ny kunnskap og erkjening (s.75)
- Elevene konstruerer selv sine matematiske begreper. For denne begrepsdannelsen er det nødvendig å vektlegge samtale og ettertanke. Utgangspunktet bør være meningsfylte situasjoner, og oppgaver og problemer bør være realistiske slik at de virker motiverende på elevene. Elevene kan ha uferdige begreper, gjør av og til feil og viser misoppfatninger. I en tillitsfull og byggende atmosfære skal dette brukes som utgangspunkt for videre læring og dypere innsikt (s 155).

## L 97 oppfordret til utforskende aktiviteter

- Eksperimentere
- Erfare
- Utforske
- Undre seg
- Reflektere

## Hva en utforskende tilnærming innebærer:

- Læreren skal lytte og veilede framfor å gi svar
- Elevenes tankeprosess skal vektlegges
- Bruk av hjelpemidler og konkrete er sentralt
- Elevene sitter ofte i grupper
- Vekt på kommunikasjon

## Hvordan finne ut om læreres forestillinger om matematikkundervisning?

- Fokusgrupper
- Samtaler med lærerne før og/eller etter timen
- Lærernes selvestimering og beskrivelse av god/ideell undervisning
- Klasseromsobservasjon

Følgende tre perspektiver kan brukes som en grov inndeling av synet på matematikk og undervisning av matematikk:

- **V:** (Tradisjonelt) Matematikk er en stor **verktøykasse**. Å gjøre matematikk betyr å jobbe med figurer, anvende regler og prosedyrer og bruke formler
- **S:** (Formalistisk) Matematikk er et formelt og rigid **system**. Å gjøre matematikk betyr å bevise, argumentere med klart og konsist språk og jobbe for å nå universelle begreper
- **P:** (Konstruktivistisk) Matematikk er en konstruktiv **prosess**. Å gjøre matematikk betyr å lære å tenke, utlede formler, anvende matematikk i dagliglivet og jobbe med konkrete problemer.

Fordel 30 poeng i samsvar med din estimering av de tre faktorene, V, S og P når det gjelder det du mener er

- Din virkelige undervisning av matematikk
- En ideell undervisning av matematikk
- L-97's syn på undervisning av matematikk

## Lærernes estimering

|        | Verktøy      |    |    |   | System       |   |    |    | Prosess           |    |    |    |
|--------|--------------|----|----|---|--------------|---|----|----|-------------------|----|----|----|
|        | Tradisjonelt |    |    |   | Formalistisk |   |    |    | Konstruktivistisk |    |    |    |
|        | A            | B  | C  | D | A            | B | C  | D  | A                 | B  | C  | D  |
| Din    | 10           | 18 | 10 | 7 | 15           | 5 | 8  | 8  | 5                 | 7  | 12 | 15 |
| Ideell | 10           | 10 | 5  | 5 | 10           | 7 | 10 | 10 | 10                | 13 | 15 | 15 |
| L97    | 10           | 13 | 10 | 5 | 5            | 5 | 10 | 5  | 15                | 12 | 10 | 20 |

## David

- Om L97
  - Jeg blar aldri i den boka (*fra samtale før timen*)
- Jeg tror nok ofte at elever lærer kanskje best og fortest hvis de får ting godt og klart og tydelig forklart (*fra det han skrev om ideell undervisning*)
- Jeg har tro på at hvis man er flink til å forklare, så kan man hjelpe til å lære folk på den måten. Jeg er litt skeptisk til at elever skal finne ut alt på egenhånd. Da er det noen som antakeligvis finner ut veldig lite (*fra fokusgruppe*)
- Læringsmålet for denne timen er å mestre addisjonsmetoden på ligninger med 2 ukjente. Jeg velger å styre det (*fra samtale før timen*)

## Cecilie

- C: Når jeg begynner med et emne, så leser jeg L97, og så har jeg notert ting fra bøker som jeg har lest som jeg kan bruke
- Bodil: Hvordan reagerte du da L97 kom?
- C: Jeg likte det som sto der jeg altså. Men jeg likte ikke lærebøkene som fulgte med, for jeg synes de er tilpasset den gamle planen.
- Bodil: Hva synes du er spesielt fint i planen?
- C: At den legger vekt på metoder og å utlede formler. Jeg har forstått det slik at elevene skal utforske ting på egenhånd, at du kan bruke lek for eksempel. Det blir mer spennende på den måten og jeg tror de lærer noe matematikk som de ikke lærer hvis de bare puffer formler (*fra samtale før en time*)

## Bent

Jeg synes undervisning godt kan være eksperimentell. Dersom eleven kan finne fram til kunnskapen/reglene/formlene ved egen aktivitet tror jeg det sitter bedre og eleven får et større eierforhold til kunnskapen. Det er ikke så ofte jeg legger opp til denne type undervisning tror jeg. Jeg presenterer kanskje i for stor grad løsningene eller legger opp til at elevene skal følge min vei til regler, fremgangsmåte og formler. Elevene synes dette er bra, men det er ikke den ideelle måte å lære på. Med mine metodiske ideer så langt synes jeg eksperimentell undervisning er for tidkrevende og vanskelig å organisere. Veldig mange elever lærer og forstår "godt nok" uten den eksperimentelle tilnærmingen, men for noen få elever tror jeg mer eksperimentell ville vært en klar fordel. Elever som jobber i grupper med eksperimentelle oppgaver kan være en god kombinasjon. (*fra det han skrev om ideell undervisning*)

## Bent (forts.)

- Elevene ønsker ofte at læreren skal vise så mange løsninger som mulig på tavla.
- Foreldrene vil også at læreren skal undervise fra tavla. Men det er å gjøre dem en bjørnetjeneste. De må oppleve vanskelighetene selv.
- Det er en utfordring å motivere elevene til å jobbe hardt for å overkomme vanskelighetene (*fra samtale før en time*)

## Fra Davids time (1)

- $x+y=4$   
 $4x-3y=2$
- Elev: Kan jeg gange her oppe med tre?
- D: Ja du ganger den øverste med 3 uten tvil. Og så skriver du begge ligningene opp om igjen, og da blir det jo  $3x+3y=12$ , og så skriver du den andre om igjen bare sånn som det står, og da kan du jo legge sammen og den ene bokstaven er borte vekk.
- Elev: La meg bare se om jeg forstår det riktig her, blir det da  $12x$ ,
- D: Nei,  $7x$ , du legger sammen.
- Elev: Å ja,  $7x=14$  da?
- D: Ja, og da deler du på 7 og da har du  $x$ . Og så finner du  $y$  ved å sette inn i en av ligningene der oppe, og den øverste er desidert lettest.

## Fra Davids time (2)

$$x-2y=3$$

$$4x+3y=34$$

- Elev: Her, skal jeg gange med fire der?
- D: Det ville ikke jeg ha gjort
- Elev: Så du synes at jeg heller burde gange med tre der og...
- D: Ja jeg ville ha ganget den med tre og den med minus to for da får du minus  $y$  og pluss  $y$  og da forsvinner de og det er det letteste

## Fra Cecilies time

- Hun tegnet en rettvinklet trekant på tavla med kateter lik 3,6 og 4,8
  - C: Hva slags trekant har vi her?
  - Mikkel: Rettvinklet trekant
  - C: Vi kjenner lengdene på to sider. Hvordan kan jeg finne den tredje siden?
  - Leif: Du må bruke Pythagoras
  - C: Ja, la oss prøve å gjøre det med denne trekanten
  - Leif: Må ta  $x^2=3,6^2 + 4,8^2$
  - C: Ja, la oss regne ut det. Tre komma seks i annen er?
  - Elever: Tolv komma nittiseks
  - C: Fire komma åtte i annen er?
  - Elever: Tjuetre komma null fire

## Cecilie (forts.)

- C: Tjuetre komma null fire (skriver det på tavla). Summen blir?
- Elever: Trettiseks
- C: Det er trettiseks (skriver det på tavla)
- Elever: Det blir seks
- C: Ja! Den ble seks. Dette var mye regning. Hvis vi ser på tallene her: Er det slik at her har jeg lagt til en komma to og hvis jeg legger til en komma to til får jeg den tredje siden? Er det en regel som alltid gjelder?
- C: La oss ta et eksempel til. Ny trekant (C tegner en ny trekant på tavla med sider 7,5 og 10). Hvis den er sju komma fem og den ti, er det slik at den blir tolv? Kan du sjekke det?
- Bård: Ja

## Cecilies utforskningsoppgave:

- C: Utforskningsoppgaven blir nå:
  - Gjelder det alltid?
  - Gjelder det for alle lengder?
  - Finn nye lengder til katetene i en trekant og sjekk om det gjelder for alle lengder
- Morten: Men jeg skjønnte ikke hva du gjorde!

## Fra Bents time

**Oppgave: 20 liter saft skal fylles på halvliters flasker. Hvor mange flasker trenger du?**

- Elev: Jeg skjønnte ikke en ting av det
- B: Men kan du begynne på den der? Var du litt med på det med rutemønsteret?
- Elev: Ja, nesten, ja
- B: Men du?
- Elev: Jeg vet hvor mange flasker det blir
- B: Hvor mange da?
- Elev: Førti!
- B: Ja, hvorfor blir det det da
- Elev: Det sier seg selv, for
- B: Det sier seg selv ja
- Elev: For hvis du har tju flasker med en liter oppi, så hadde det blitt tju flasker ikke sant, for du skulle ha oppi tju liter, men så er det en halv flaske, og da blir det dobbelt så mange
- B: Hvis jeg hadde sagt at det ikke var halv liters flasker, men sagt at det var to liters, hvordan skulle du finne ut da?

## Bent (forts.)

- Elev: Da hadde jeg bare delt det på to
- B: Tjue delt på to?, og når jeg sier det er halvt da?
- Elev: Da ganger jeg med ....
- B: Har det noe å si hva slags tall som står der? Du sa at hvis det står to, så kunne du tatt tjue delt på to, men kan du ikke gjøre det samme med tjue delt på en halv?
- Elev: Tjue delt på en halv?
- B: Tjue delt på en halv? Du var enig, du var veldig klar på at var det to liters...
- Elev: Hvorfor deler du? Du skal jo få mer?
- B: Du sa det her i stad, at hvis det var 2 liters flasker så må du ta tjue delt på to, og da ville du få ti flasker. Det er logisk på en måte at du får ti flasker. Og så er det logisk at du får forni hvis det er halvliterflasker?
- Elev: ja?
- B: Du brukte en metode: tjue delt på to er lik ti, tjue delt på en halv er lik forni.
- Elev: Er det det?
- B: Prøv og sett det opp som sånn delestykke.
- Elev: Jammen hvordan klarer du det da?
- B: Der er tjue og det er null komma fem, ikke samt?
- Elev: Å ja! Jammen...
- B: Hvis du deler på et tall som er under en, så blir svaret større enn, i dette tilfelle er det tjue da. Da blir det større

## Felles trekk i alle timene

- Timen startet med at læreren underviste fra tavla og deretter jobbet elevene på egenhånd eller parvis, ofte med øvingsoppgaver tilsvarende det læreren hadde gjort på tavla
- Alle elevene satt vendt mot tavla, enten parvis eller alene
- Elevene viste stor avhengighet av lærerens godkjenning (Er dette riktig? Kan du vise meg hvordan jeg skal gjøre dette?)

## Characteristics of the three teachers' teaching

| Bent                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Cecilie                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | David                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• La vekt på at elevene skulle være aktive i læringsprosessen</li> <li>• Vektla nødvendigheten av å differensiere undervisningen for å ta vare på de svake elever</li> <li>• Uttrykte enighet i prinsippene bak L97</li> <li>• Uttrykte fokus på forståelsesaspektet i matematikken</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Refererte eksplisitt til sin bruk av L97</li> <li>• La vekt på at elevene skulle utforske i matematikken</li> <li>• La vekt på at også de finke skulle få utfordringer</li> <li>• Trakk tråder til matematikkhistorien og knyttet matematikken til dagliglivet</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Uttrykte motvilje mot L97</li> <li>• Viste selvsikkerhet i forhold til måten han utøvde sin lærerpraksis på</li> <li>• Undervisningen var preget av hans forklaringer</li> <li>• Fokuserte på drill av metoder, ferdigheter og prosedyrekunnskap</li> </ul> |

## Hvordan var lærernes undervisningspraksis i samsvar med deres forestillinger om matematikkundervisning?

- Bent
  - Mente at elevene burde jobbe mer utforskende med matematikk. Han oppga ulike faktorer (kulturelle) som vanskeligheter og at han derfor strevde med å få det til
- Cecilie
  - Trodde på reformen og forberedte undervisningsaktiviteter i samsvar med denne. Likevel ble matematikktimen ofte ganske tradisjonell, og mange elever skjønte ikke hva de holdt på med
- David
  - Trodde ikke på reformen, og mente at den tradisjonelle undervisningen han alltid hadde gjort var den beste. Undervisningen hans viste seg også å være "tradisjonell".

## Faktorer som legger føringer på matematikklæreres undervisningspraksis kan deles i tre nivåer:

- Læreren tror ikke på reformen
  - David trodde ikke på reformen
    - » Føringer ligger i lærerens forestillinger om god undervisning
- Læreren tror på reformen men underviser ikke i samsvar med den i den grad han ønsker
  - Bent uttrykte foreldres og elevers forventninger til mer tradisjonell undervisning, at han ikke visste hvordan han skulle undervise utforskende samt "tidsklemma" som faktorer som påvirket undervisningen
    - » Føringer ligger mellom lærerens forestillinger om god undervisning og klasseromspraksisen
- Læreren tror på reformen
  - Cecilie forberedte utforskende aktiviteter i samsvar med L97. Likevel ble timen ganske tradisjonell
    - » Føringer ligger i klasserommets kompleksitet